

Nom Prénom Classe

Problème de la passerelle

On cherche à aligner une première partie déjà construite d'une passerelle moderne avec une partie à construire. Le problème est qu'elle passe au-dessus d'un bâtiment existant (voir encadré ci-après). Il faut donc parfaitement aligner les deux parties avant de les faire se rejoindre.

On travaille sur une modélisation par ordinateur sous le logiciel geogebra.



Ouvrir le fichier « construction de passerelle.ggb » avec le logiciel geogebra.

Phase 1 : l'effet des homothéties sur les longueurs

- 1) **Déterminer** la particularité des droites (D_1) et (D_2) .

D_1 est perpendiculaire à D_2 car il y a le symbole perpendiculaire.

- 2) **Déplacer** le point B vers le point A jusqu'à ce que le point C apparaisse.

Déterminer la nature du triangle ABC en utilisant les données codées de la figure

ABC est un triangle rectangle en B car il y a le symbole de la perpendicularité

- 3) La longueur du segment $[AB]$ a été mesurée par le logiciel. Elle est noté « distanceAB » dans le logiciel.

- a) **Relever** la longueur du segment $[AB]$. On notera n cette longueur

$n = 1.71$ (longueur AC)

- b) **Construire** le point B' image de B par l'homothétie de centre A et de facteur k . Pour se faire, **cliquer** sur l'outil « homothétie » dans le 9^{ème} menu puis **cliquer** sur B, puis **cliquer** sur A et **taper** k dans la fenêtre « facteur » qui s'ouvre.

Relever la longueur du segment $[AB']$. Pour cela **sélectionner** l'outil « Distance » dans le 8^{ème} menu, **cliquer** alors sur A puis **cliquer** sur B'.

On notera j cette longueur

$j = 8.54$ (longueur AB')

- c) **Relever** la valeur de k

Rapport d'homothétie initial : $k = 5$

- d) **Déterminer** si le nombre j est-il divisible par n ? **Faire** une remarque sur la valeur du rapport.

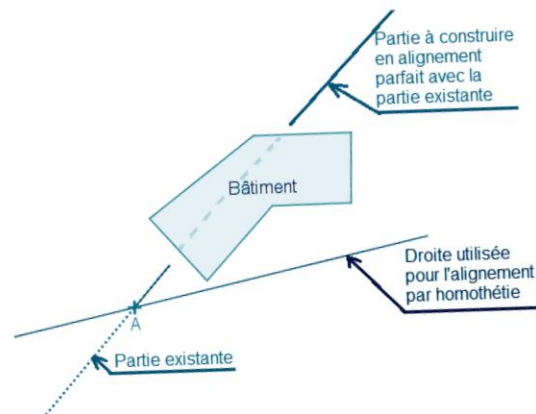
Non car le résultat de j/n ne donne pas un nombre entier.

Le résultat de j/n est très proche de k .



- e) **En déduire** ce que semblent faire les homothéties sur les longueurs.

Les homothéties semblent multiplier les longueurs par k (rapport d'homothéties).



Activité de Mathématiques – Géométrie : Les homothéties

- 4) **Construire** le point B'_1 image de B par l'homothétie de centre A et de facteur $k+3$.
- a) **Prévoir** la valeur de la longueur du segment $[AB'_1]$ par un calcul en justifiant
 $[AB] \cdot (5+3) = 1.71 \cdot 8 = 13.68$
- b) **Proposer** une façon de vérifier votre réponse à partir du logiciel.
Appuyer sur le 8ème menu et faire DISTANCE ET LONGUEUR
- c) **Appliquer** cette méthode. **Faire** une remarque.
 $AB'_1 = 13.66$, on remarque que il y a un décalage de 0.02 cm.
- d) Dans le menu option> arrondi **passer** en « 3 décimales ». **Expliquer** alors d'où semble venir l'écart observé.
Le logiciel affiche des nombres arrondis. On perd alors de la précision

Phase 2 : l'effet des homothéties sur les angles

- 5) **Tracer** les droites perpendiculaires à la droite (AB) passant par B' et B'_1 .
- a) **Augmenter** la valeur de k de sorte que ces deux droites ne touchent pas le polygone représentant le bâtiment. k doit être le plus petit possible. **Relever** alors la nouvelle valeur de k
Nouvelle valeur du rapport d'homothétie de $k=7$
- b) **Construire** le point C' image de C par l'homothétie de centre A et de facteur k.
Que constatez-vous ?
Je constate que C' tombe parfaitement au bon endroit qui est la droite (I)
- c) Si on construisait le point C'_1 image de C par l'homothétie de centre A et de rapport $k+3$, **prévoir** la position du point obtenu.
je pense qu'il va tomber sur la seconde droite perpendiculaire à (AB) passant par B'_1
Construire le point C'_1 .
Construire le segment $[C'C'_1]$.
- d) **Vérifier** à l'aide de l'outil « relation » du 8^{ème} menu si...
- Le point C' appartient à la droite perpendiculaire à (AB) passant par B' : (Vrai/faux) **Vrai**
 - Le point C'_1 appartient à la droite perpendiculaire à (AB) passant par B'_1 : (Vrai/faux) **Vrai**
- e) **Vrai/Faux** :
La droite (BC) est perpendiculaire à (AB).
La droite ($B'C'$) est perpendiculaire à (AB') avec B' et C' des points obtenus par homothétie de centre A et de rapport k. (Vrai/faux) **vrai**
La droite ($B'_1C'_1$) est perpendiculaire à (AB'_1) avec B'_1 et C'_1 des points obtenus par homothétie de centre A et de rapport $(k+3)$. (Vrai/faux) **vrai**
-  f) **En déduire** ce que font les homothéties sur les angles.
Les homothéties conservent les angles.

Activité de Mathématiques – Géométrie : Les homothéties

Phase 3 : Les homothéties au secours de la passerelle

- 6) **Déterminer** si les droites (AC) et le $(C'C'_1)$ ont quelque chose de particulier entre elles. **Ne pas les tracer !**

Elles sont confondues

- 7) **Sélectionner** l'outil « relation »  (dans le 8^{ème} menu), cliquer sur le segment [AC] puis sur le segment $[C'C'_1]$. Relever les informations obtenues.

Information 1 les segments n'ont pas la même longueur

Information 2 Les segments sont parallèles (leurs droites qui les portent)

- 8) **En déduire** une information entre les points A, C, C' et C'₁.

Les points sont alignés

Phase 4 : le protocole finale pour la construction réelle de la passerelle

- 9) On veut estimer la longueur de $[B'C']$ et de $[B'_1C'_1]$ sachant que la longueur BC est donnée par le nombre L dans le logiciel. En utilisant les propriétés découvertes sur les homothéties...

- a) **Relever** la longueur BC

$L=1.274$ (longueur du segment [BC])

- b) **Prévoir** alors les longueurs $B'C'$ et $B'_1C'_1$

$B'C' = 8.918$ (longueur du segment $[B'C']$) car $1.274 \times 7 = 8.918$

$B'_1C'_1 = 12.74$ (longueur du segment $[B'_1C'_1]$) car $1.274 \times 10 = 12.74$

- c) **Vérifier** à l'aide de l'outil « Distance » dans le huitième menu les longueurs $B'C'$ et $B'_1C'_1$.

Relevé de $B'C' = 8,921$ (longueur du segment $[B'C']$)

Relevé de $B'_1C'_1 = 12.745$ (longueur du segment $[B'_1C'_1]$)

- d) **Rappeler** d'où vient le problème de l'écart entre les valeurs calculées et les valeurs relevées de l'arrondi

- e) **Taper**, en bas de l'écran, dans la barre de saisie du logiciel $L \times k$ puis $L \times (k+3)$. Les valeurs obtenues sont-elles davantage conforme à ce que vous attendiez ? Pourquoi ? Comment cela se fait-il ?

oui car il prend une valeur de L plus précise que celle qu'il affiche

- 10) **Compléter** par VRAI ou FAUX les propositions suivantes en justifiant.

Proposition 1 : Les homothéties conservent les longueurs faux car elles les multiplient

Proposition 2 : Les homothéties conservent les angles vrai car elles ne multiplient que les longueurs

Activité de Mathématiques – Géométrie : Les homothéties

- 11) Proposer** alors un protocole complet pour tirer le câble en ligne droite dans la réalité sachant que l'on ne peut toujours pas traverser le bâtiment.

Mon protocole sur le terrain :

Choisir un point B sur la droite utilisée pour l'alignement de sorte que la perpendiculaire passant par ce point coupe la partie existante de la passerelle.

Relever les longueurs AB et BC

Choisir un nombre entier k de sorte qu'en créant l'homothétie de centre A et de rapport k du point B, on obtienne un point B' dont la perpendiculaire passant par B' ne coupe pas le bâtiment.

Créer alors le point B'

Ajouter 3 à k et créer le point B''

calculer la valeur de $k \cdot BC$ et reporter cette longueur sur la droite perpendiculaire à (AB) passant par B' "vers le haut.

Noter C' le point obtenu

De même avec la valeur $(k+3) \cdot BC$ mais en partant du point B'' et de sa perpendiculaire.

Noter C'' le point obtenu

La droite (C'C'') est alors alignée avec la droite (AC) de la partie existante, il reste à commencer les travaux !

Activité de Mathématiques – Géométrie : Les homothéties

ANNEXE : **Faire** appliquer votre protocole à votre voisin. Il devra suivre exactement ce que vous avez écrit et ne pas essayer d'obtenir le résultat voulu.

Elève ayant écrit le protocole : Nom Prénom

Elève suivant le protocole : Nom Prénom

